

कक्षा 10वीं गणित — महत्वपूर्ण प्रश्न बैंक (100 प्रश्न)

अध्याय 1: वास्तविक संख्याएँ (Real Numbers)

- प्रश्न 1.** यदि दो संख्याओं का HCF 14 है और उनका गुणनफल 2940 है, तो उनका LCM ज्ञात कीजिए।
- प्रश्न 2.** सिद्ध कीजिए कि $4 - 3\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है, जहाँ दिया गया है कि $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।
- प्रश्न 3.** संख्या 3825 को उसके अभाज्य गुणनखंडों के गुणनफल के रूप में व्यक्त कीजिए।
- प्रश्न 4.** वह सबसे बड़ी संख्या ज्ञात कीजिए जिससे 73 और 128 को भाग देने पर क्रमशः 5 और 4 शेषफल प्राप्त हो।
- प्रश्न 5.** एक प्राकृत संख्या n के लिए, जाँच कीजिए कि क्या 12^n अंक 0 पर समाप्त हो सकता है।
- प्रश्न 6.** व्याख्या कीजिए कि क्यों $(7 \times 11 \times 13 + 13)$ और $(7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 + 5)$ भाज्य संख्याएँ हैं।
- प्रश्न 7.** तीन घंटियाँ क्रमशः 9, 12 और 15 मिनट के अंतराल पर बजती हैं। यदि वे एक साथ बजना शुरू करती हैं, तो वे कितने समय बाद दोबारा एक साथ बजेंगी?
- प्रश्न 8.** यदि दो धनात्मक पूर्णाकों p और q को $p = a^3 \cdot b^2$ और $q = a \cdot b^3$ के रूप में व्यक्त किया जाए, जहाँ a और b अभाज्य संख्याएँ हैं, तो HCF (p, q) और LCM (p, q) ज्ञात कीजिए।
- प्रश्न 9.** दर्शाइए कि किसी भी धनात्मक विषम पूर्णाक का रूप $6q + 1, 6q + 3$ या $6q + 5$ होता है, जहाँ q कोई पूर्णाक है।
- प्रश्न 10.** सिद्ध कीजिए कि $\sqrt{7}$ एक अपरिमेय संख्या है।
- प्रश्न 11.** एक आयताकार मैदान की लंबाई 240 मीटर और चौड़ाई 112 मीटर है। इस मैदान में समान आकार की वर्गाकार टाइलें लगाई जानी हैं। टाइल की अधिकतम लंबाई क्या होगी?
- प्रश्न 12.** यदि $\text{LCM}(306, 657) = 22338$ है, तो $\text{HCF}(306, 657)$ का मान ज्ञात कीजिए।
- प्रश्न 13.** सिद्ध कीजिए कि किसी भी धनात्मक पूर्णाक का वर्ग $3m$ या $3m + 1$ के रूप का होता है, लेकिन $3m + 2$ के रूप का नहीं हो सकता।
- प्रश्न 14.** एक खेल के मैदान के चारों ओर एक वृत्ताकार पथ है। इस मैदान का एक चक्कर लगाने में सोनिया को 18 मिनट लगते हैं, जबकि रवि को 12 मिनट लगते हैं। मान लीजिए वे दोनों एक ही स्थान और एक ही समय पर चलना प्रारंभ करके एक ही दिशा में चलते हैं, तो कितने समय बाद वे पुनः प्रारंभिक स्थान पर मिलेंगे?
- प्रश्न 15.** जाँच कीजिए कि क्या किसी प्राकृत संख्या n के लिए संख्या 9^n का इकाई अंक 5 हो सकता है।
- प्रश्न 16.** यदि p एक अभाज्य संख्या है, तो सिद्ध कीजिए कि \sqrt{p} एक अपरिमेय संख्या है।
- प्रश्न 17.** एक मिठाई विक्रेता के पास 420 काजू की बर्फियाँ और 130 बादाम की बर्फियाँ हैं। वह इनकी ऐसी ढेरियाँ बनाना चाहता है कि प्रत्येक ढेरी में बर्फियों की संख्या समान रहे तथा ये ढेरियाँ परात में न्यूनतम स्थान घेरें। इस काम के लिए प्रत्येक ढेरी में कितनी बर्फियाँ रखी जा सकती हैं?
- प्रश्न 18.** संख्याओं 510 और 92 का HCF और LCM ज्ञात कीजिए तथा इसकी जाँच कीजिए कि दो संख्याओं का गुणनफल = $\text{HCF} \times \text{LCM}$ है।
- प्रश्न 19.** दर्शाइए कि $(3 + 2\sqrt{7})^2$ एक अपरिमेय संख्या है।

प्रश्न 20. यदि दो संख्याओं का LCM उनके HCF का 15 गुना है। LCM और HCF का योग 480 है। यदि एक संख्या 90 है, तो दूसरी संख्या ज्ञात कीजिए।

अध्याय 2: बहुपद (Polynomials)

प्रश्न 21. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यकों का योग -5 और गुणनफल 6 है। इसके शून्यक भी ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 22. यदि बहुपद $p(x) = kx^2 - 3x + 5k$ का एक शून्यक दूसरे का व्युत्क्रम (reciprocal) हो, तो k का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 23. बहुपद $f(x) = 4x^2 - 4x - 3$ के शून्यक ज्ञात कीजिए और शून्यकों तथा गुणांकों के बीच के संबंध की सत्यता की जाँच कीजिए।

प्रश्न 24. यदि α और β बहुपद $x^2 - 6x + a$ के शून्यक हैं और $3\alpha + 2\beta = 20$ है, तो a का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 25. त्रिघात बहुपद $p(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$ के सभी शून्यक ज्ञात कीजिए यदि इसका एक शून्यक 1 है।

प्रश्न 26. यदि बहुपद $x^2 + px + 45$ के शून्यकों के अंतर का वर्ग 144 है, तो p का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 27. एक द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यक $(3 + \sqrt{2})$ और $(3 - \sqrt{2})$ हैं।

प्रश्न 28. यदि α और β बहुपद $2x^2 + 5x + k$ के शून्यक हैं, तो k का मान ज्ञात कीजिए ताकि $(\alpha + \beta)^2 - \alpha\beta = \frac{21}{4}$ हो।

प्रश्न 29. यदि बहुपद $ax^2 - 8x + (a^2 - 12)$ के शून्यकों का गुणनफल 4 हो, तो a का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 30. यदि α और β बहुपद $x^2 - x - 4$ के शून्यक हैं, तो $(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} - \alpha\beta)$ का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 31. वह द्विघात बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यक, बहुपद $2x^2 - 3x + 1$ के शून्यकों के दोगुने हों।

प्रश्न 32. यदि बहुपद $p(x) = 3x^2 - kx + 6$ के शून्यकों का योग 4 है, तो k का मान बताइए।

प्रश्न 33. जाँच कीजिए कि क्या $x = -2$ और $x = 3$ बहुपद $p(x) = 2x^2 - x - 6$ के शून्यक हैं या नहीं।

प्रश्न 34. यदि α और β बहुपद $x^2 - 5x + q$ के शून्यक हैं, and $\alpha - \beta = 1$ है, तो q का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 35. एक बहुपद $p(x)$ का ग्राफ x -अक्ष को तीन बिंदुओं पर काटता है और y -अक्ष को दो बिंदुओं पर काटता है। इस बहुपद के शून्यकों की संख्या कितनी होगी?

प्रश्न 36. यदि बहुपद $x^2 - kx + 8$ के शून्यकों का योग उनके गुणनफल का आधा है, तो k का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 37. यदि बहुपद $f(x) = x^2 - 4x + 1$ के शून्यक α और β हैं, तो एक ऐसा बहुपद ज्ञात कीजिए जिसके शून्यक $\frac{1}{\alpha}$ और $\frac{1}{\beta}$ हों।

प्रश्न 38. यदि बहुपद $x^3 - 3x^2 + x + 1$ के शून्यक $a-b$, a , और $a+b$ हैं, तो a और b का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 39. बहुपद $3x^2 - 12x$ के शून्यक ज्ञात कीजिए और इसके आलेख (graph) की प्रकृति बताइए।

प्रश्न 40. यदि α, β बहुपद $4x^2 + 3x + 7$ के शून्यक हैं, तो $\alpha^2 + \beta^2$ का मान ज्ञात कीजिए।

अध्याय 3: दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म (Pair of Linear Equations)

- प्रश्न 41.** k के किन मानों के लिए रैखिक समीकरण युग्म $kx + 3y = k - 2$ और $12x + ky = k$ का कोई हल नहीं होगा?
- प्रश्न 42.** विलोपन विधि (Elimination Method) का प्रयोग करके निम्न समीकरण युग्म को हल कीजिए: $3x + 4y = 10$ और $2x - 2y = 2$ ।
- प्रश्न 43.** दो अंकों की एक संख्या के अंकों का योग 11 है। यदि इस संख्या में 9 जोड़ दिया जाए, तो अंक पलट जाते हैं। संख्या ज्ञात कीजिए।
- प्रश्न 44.** एक आयत की लंबाई में 3 इकाई की कमी और चौड़ाई में 2 इकाई की वृद्धि करने पर उसका क्षेत्रफल 1 वर्ग इकाई कम हो जाता है। यदि लंबाई में 2 इकाई की वृद्धि और चौड़ाई में 3 इकाई की वृद्धि कर दी जाए, तो क्षेत्रफल 67 वर्ग इकाई बढ़ जाता है। आयत की विमाएँ ज्ञात कीजिए।
- प्रश्न 45.** p के किन मानों के लिए समीकरण युग्म $4x + py + 8 = 0$ और $2x + 2y + 2 = 0$ का एक अद्वितीय (unique) हल होगा?
- प्रश्न 46.** प्रतिस्थापन विधि (Substitution Method) द्वारा हल कीजिए: $2x + 3y = 11$ और $2x - 4y = -24$ । इससे ' m ' का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए $y = mx + 3$ हो।
- प्रश्न 47.** 5 पेन और 6 पेंसिलों का कुल मूल्य ₹ 90 है, जबकि 3 पेन और 5 पेंसिलों का कुल मूल्य ₹ 58 है। एक पेन और एक पेंसिल का अलग-अलग मूल्य ज्ञात कीजिए।
- प्रश्न 48.** समीकरणों $x - y + 1 = 0$ और $3x + 2y - 12 = 0$ का ग्राफ़ खींचिए। इन रेखाओं और x -अक्ष से बने त्रिभुज के शीर्षों के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।
- प्रश्न 49.** पाँच वर्ष पूर्व नूरी की आयु सोनू की आयु की तीन गुनी थी। दस वर्ष पश्चात्, नूरी की आयु सोनू की आयु की दो गुनी हो जाएगी। नूरी और सोनू की वर्तमान आयु कितनी है?
- प्रश्न 50.** एक नाव 6 घंटे में धारा के अनुकूल (downstream) 24 किमी और धारा के प्रतिकूल (upstream) 16 किमी जाती है। यही नाव 8 घंटे में धारा के अनुकूल 36 किमी और धारा के प्रतिकूल 12 किमी जा सकती है। नाव की स्थिर जल में चाल और धारा की चाल ज्ञात कीजिए।
- प्रश्न 51.** m और n के किन मानों के लिए निम्न रैखिक समीकरण युग्म के अनंत हल (infinitely many solutions) होंगे? $2x + 3y = 7$; $(m-n)x + (m+n)y = 3m + n - 2$ ।
- प्रश्न 52.** दो पूरक कोणों (supplementary angles) में बड़ा कोण छोटे कोण से 18 डिग्री अधिक है। उन्हें ज्ञात कीजिए।
- प्रश्न 53.** हल कीजिए: $99x + 101y = 499$; $101x + 99y = 501$ ।
- प्रश्न 54.** एक हॉस्टल के मासिक व्यय का एक भाग नियत है तथा शेष इस पर निर्भर करता है कि छात्र ने कितने दिन भोजन लिया है। जब एक छात्र A को, जो 20 दिन भोजन करता है, ₹ 3000 छात्रवास व्यय के लिए देने पड़ते हैं, जबकि एक छात्र B को, जो 26 दिन भोजन करता है, ₹ 3540 देने पड़ते हैं। नियत व्यय और प्रतिदिन के भोजन का मूल्य ज्ञात कीजिए।
- प्रश्न 55.** दर्शाइए कि रैखिक समीकरण युग्म $3x - 5y = 20$ और $6x - 10y = 40$ आश्रित (dependent) और संगत हैं।
- प्रश्न 56.** एक मित्र दूसरे से कहता है कि 'यदि तुम मुझे एक सौ रुपये दे दो, तो मैं तुमसे दो गुना धनी बन जाऊँगा'। दूसरा उत्तर देता है कि 'यदि आप मुझे दस रुपये दे दें, तो मैं आपसे छह गुना धनी बन जाऊँगा'। दोनों की प्रारंभिक राशियाँ ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 57. कक्षा X के 10 विद्यार्थियों ने एक गणित की पहेली प्रतियोगिता में भाग लिया। यदि लड़कियों की संख्या लड़कों की संख्या से 4 अधिक हो, तो प्रतियोगिता में भाग लेने वाले लड़कों और लड़कियों की संख्या ग्राफ़ीय विधि से ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 58. एक भिन्न $\frac{1}{3}$ हो जाती है, जब उसके अंश (numerator) से 1 घटाया जाता है और वह $\frac{1}{4}$ हो जाती है, जब हर (denominator) में 8 जोड़ दिया जाता है। वह भिन्न ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 59. समीकरण युग्म को हल कीजिए: $\frac{4}{x} + 3y = 14$ और $\frac{3}{x} - 4y = 23$ ।

प्रश्न 60. राजधानी एक्सप्रेस और एक लोकल ट्रेन की चालों का अंतर 30 किमी/घंटा है। यदि राजधानी एक्सप्रेस 300 किमी की दूरी तय करने में लोकल ट्रेन से 2 घंटे कम समय लेती है, तो दोनों ट्रेनों की चाल ज्ञात कीजिए (रैखिक समीकरण युग्म बनाकर हल करें)।

अध्याय 4: द्विघात समीकरण (Quadratic Equations)

प्रश्न 61. गुणनखंड विधि द्वारा द्विघात समीकरण $6x^2 - x - 2 = 0$ के मूल ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 62. k का ऐसा मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए द्विघात समीकरण $2x^2 + kx + 3 = 0$ के दो बराबर और वास्तविक मूल हों।

प्रश्न 63. क्या एक ऐसी आम की बगिया बनाना संभव है जिसकी लंबाई, चौड़ाई से दोगुनी हो और उसका क्षेत्रफल 800 वर्ग मीटर हो? यदि है, तो उसकी लंबाई और चौड़ाई ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 64. द्विघात सूत्र (Quadratic Formula) का उपयोग करके समीकरण $3x^2 - 5x + 2 = 0$ को हल कीजिए।

प्रश्न 65. दो क्रमागत धनात्मक पूर्णांक ज्ञात कीजिए जिनके वर्गों का योग 365 हो।

प्रश्न 66. एक समकोण त्रिभुज की ऊँचाई उसके आधार से 7 सेमी कम है। यदि कर्ण 13 सेमी का हो, तो अन्य दो भुजाएँ ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 67. द्विघात समीकरण $2x^2 - 4x + 3 = 0$ के विविक्तकर (discriminant) का मान ज्ञात कीजिए और फिर मूलों की प्रकृति की जाँच कीजिए।

प्रश्न 68. एक कुटीर उद्योग एक दिन में कुछ बर्तनों का निर्माण करता है। एक विशेष दिन यह देखा गया कि प्रत्येक नग की निर्माण लागत (रुपयों में) उस दिन के निर्माण किए बर्तनों की संख्या के दुगुने से 3 अधिक थी। यदि उस दिन की कुल निर्माण लागत ₹ 90 थी, तो निर्मित बर्तनों की संख्या और प्रत्येक नग की लागत ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 69. समीकरण $x + \frac{1}{x} = 3$ (जहाँ $x \neq 0$) के मूल ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 70. दो वर्गों के क्षेत्रफलों का योग 468 वर्ग मीटर है। यदि उनके परिमाणों का अंतर 24 मीटर हो, तो दोनों वर्गों की भुजाएँ ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 71. यदि द्विघात समीकरण $px(x - 2) + 6 = 0$ के मूल वास्तविक और समान हैं, तो p का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 72. एक रेलगाड़ी एक समान चाल से 360 किमी की दूरी तय करती है। यदि यह चाल 5 किमी/घंटा अधिक होती, तो वह उसी यात्रा में 1 घंटा कम समय लेती। रेलगाड़ी की चाल ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 73. क्या द्विघात समीकरण $(x - 1)^2 - 2(x - 3) = 0$ का कोई वास्तविक मूल है? अपने उत्तर का औचित्य दीजिए।

प्रश्न 74. यदि -5 द्विघात समीकरण $2x^2 + px - 15 = 0$ का एक मूल है और द्विघात समीकरण $p(x^2 + x) + k = 0$ के मूल समान हैं, तो k का मान ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 75. हल कीजिए: $\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x-7} = \frac{11}{30}$ (जहाँ $x \neq -4, 7$)।

प्रश्न 76. दो पानी के नल एक-साथ एक हौज़ को $9 \frac{3}{8}$ घंटों में भर सकते हैं। बड़े व्यास वाला नल हौज़ को भरने में, कम व्यास वाले नल से 10 घंटे कम समय लेता है। प्रत्येक द्वारा अलग से हौज़ को भरने का समय ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 77. मैसूर और बंगलौर के बीच के 132 किमी यात्रा करने में एक एक्सप्रेस रेलगाड़ी, सवारी गाड़ी से 1 घंटा समय कम लेती है। यदि एक्सप्रेस रेलगाड़ी की औसत चाल, सवारी गाड़ी की औसत चाल से 11 किमी/घंटा अधिक हो, तो दोनों रेलगाड़ियों की औसत चाल ज्ञात कीजिए।

प्रश्न 78. जाँच कीजिए कि क्या $(x + 1)^3 = x(x^2 - 1)$ एक द्विघात समीकरण है।

प्रश्न 79. एक ऐसे द्विघात समीकरण का निर्माण कीजिए जिसके मूल $(2 + \sqrt{3})$ और $(2 - \sqrt{3})$ हों।

प्रश्न 80. यदि समीकरण $x^2 - bx + c = 0$ के मूल दो क्रमागत पूर्णांक हैं, तो सिद्ध कीजिए कि $b^2 - 4c = 1$ ।

अध्याय 5: समांतर श्रेणियाँ (Arithmetic Progressions)

- प्रश्न 81.** समांतर श्रेणी (AP): $4, 9, 14, 19, \dots$ का 25वाँ पद ज्ञात कीजिए।
- प्रश्न 82.** AP: $21, 18, 15, \dots$ का कौन-सा पद -81 है? क्या इस AP का कोई पद शून्य है?
- प्रश्न 83.** उस AP का 31वाँ पद ज्ञात कीजिए जिसका 11वाँ पद 38 है और 16वाँ पद 73 है।
- प्रश्न 84.** यदि किसी AP के तीसरे और नौवें पद क्रमशः 4 और -8 हैं, तो इसका कौन-सा पद शून्य होगा?
- प्रश्न 85.** दो अंकों वाली कितनी संख्याएँ 7 से विभाज्य हैं?
- प्रश्न 86.** AP: $10, 7, 4, \dots, -62$ का अंतिम पद से (प्रथम पद की ओर) 11वाँ पद ज्ञात कीजिए।
- प्रश्न 87.** 10 और 250 के बीच में 4 के कितने गुणज (multiples) हैं?
- प्रश्न 88.** किसी AP के चौथे और आठवें पदों का योग 24 है तथा छठे और दसवें पदों का योग 44 है। इस AP के प्रथम तीन पद ज्ञात कीजिए।
- प्रश्न 89.** सुब्बा राव ने 1995 में ₹5000 के मासिक वेतन पर कार्य आरंभ किया और प्रत्येक वर्ष ₹200 की वेतन वृद्धि प्राप्त की। किस वर्ष में उसका वेतन ₹7000 हो गया?
- प्रश्न 90.** समांतर श्रेणी $8, 3, -2, \dots$ के प्रथम 22 पदों का योग ज्ञात कीजिए।
- प्रश्न 91.** यदि किसी AP के प्रथम 14 पदों का योग 1050 है तथा इसका प्रथम पद 10 है, तो 20वाँ पद ज्ञात कीजिए।
- प्रश्न 92.** 0 और 50 के बीच की विषम संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए।
- प्रश्न 93.** एक AP का प्रथम पद 5, अंतिम पद 45 और योग 400 है। पदों की संख्या और सार्व अंतर (common difference) ज्ञात कीजिए।
- प्रश्न 94.** दर्शाइए कि $a_n = 3 + 4n$ से परिभाषित अनुक्रम एक AP बनाता है। इसके प्रथम 15 पदों का योग भी ज्ञात कीजिए।
- प्रश्न 95.** यदि किसी AP के प्रथम n पदों का योग $S_n = 4n - n^2$ है, तो इसका प्रथम पद, दूसरा पद और 10वाँ पद ज्ञात कीजिए।
- प्रश्न 96.** ऐसे प्रथम 40 धनात्मक पूर्णांकों का योग ज्ञात कीजिए जो 6 से विभाज्य हैं।
- प्रश्न 97.** किसी स्कूल के विद्यार्थियों को उनके समग्र शैक्षिक प्रदर्शन के लिए 7 नकद पुरस्कार देने के लिए ₹700 की राशि रखी गई है। यदि प्रत्येक पुरस्कार अपने से ठीक पहले पुरस्कार से ₹20 कम है, तो प्रत्येक पुरस्कार का मान ज्ञात कीजिए।
- प्रश्न 98.** यदि किसी AP के तीसरे पद और सातवें पद का योग 6 है और उनका गुणनफल 8 है, तो इस AP के प्रथम 16 पदों का योग ज्ञात कीजिए।
- प्रश्न 99.** एक निर्माण कार्य से संबंधित ठेके में, एक निश्चित तिथि के बाद कार्य को पूरा करने में देरी के लिए जुर्माना लगाने का प्रावधान इस प्रकार है: पहले दिन के लिए ₹200, दूसरे दिन के लिए ₹250, तीसरे दिन के लिए ₹300 इत्यादि, अर्थात् प्रत्येक उत्तरोत्तर दिन का जुर्माना अपने से ठीक पहले दिन के जुर्माने से ₹50 अधिक है। एक ठेकेदार को जुर्माने के रूप में कितनी राशि देनी पड़ेगी, यदि वह इस कार्य में 30 दिन की देरी कर देता है?
- प्रश्न 100.** यदि एक AP का p वाँ पद q है और q वाँ पद p है, तो सिद्ध कीजिए कि इसका n वाँ पद $(p + q - n)$ होगा।